

Міністерство освіти і науки України
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького

Факультет інформатики, математики та економіки

«Затверджено»
Вченою радою
факультету інформатики,
математики та економіки
(Протокол № 2 від 26.12.2025 р.)


_____ Е.Г.Муртазієв
(підпис)

Програма

комплексного кваліфікаційного іспиту
з математики та методики навчання математики

Ступінь вищої освіти:
Спеціальність:
Освітньо-професійна
програма:
Галузь знань:

«Бакалавр»
014.04 Середня освіта (Математика)
Середня освіта. Математика
01 Освіта

Програма комплексного кваліфікаційного іспиту з математики та методики навчання математики / Укладачі: доц., канд. пед. наук. Муртазієв Е.Г., доц., канд. пед. наук О.Г. Бурцева, доц., канд. техн. наук Д.В. Спирінцев, старший викладач Н.Є. Титаренко, – Запоріжжя: МДПУ імені Богдана Хмельницького, 2025. – 37 с.

Ухвалено засіданням кафедри математики і фізики
(Протокол № 8 від 25.12.2025 р.)

Рекомендовано Радою факультету
інформатики, математики та економіки
МДПУ імені Богдана Хмельницького
(Протокол № 2 від 26.12.2025 р.)

ПЕРЕДМОВА

Програма державних іспитів визначає обсяг відповідної частини професійно-педагогічної підготовки випускників денної форми навчання, що навчаються за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика). Державний іспит має на меті перевірити рівень теоретичних знань, практичних умінь і навичок, а також рівень методичної підготовки майбутніх вчителів.

Ця програма має комплексний характер, її зміст розрахований на вивчення курсу математики і методики навчання математики протягом чотирьох років, програма базується на передбаченому навчальними планами переліку предметів за вказаною спеціальністю.

Зміст програми дозволяє з'ясувати рівень підготовки випускника до виконання професійних завдань, передбачених відповідними стандартами вищої освіти за умови реалізації концептуальних засад розвитку педагогічної освіти України та її інтеграції в Європейський освітній простір. Рівень професійних знань студента-випускника за пропонованою програмою передбачає:

- Розкриття значення математики у загальній та професійній освіті людини.
- Застосування математичних знань до розв'язання прикладних завдань, що виникають в професійній діяльності фахівця та до подальшої самоосвіти.
- Ґрунтовне вивчення шкільних програм, підручників та методичних посібників з математики, методів використання в шкільному навчальному процесі комп'ютерних засобів навчання.

Вчитель математики повинний володіти знаннями і навичками з психолого-педагогічних, фундаментальних і професійно-орієнтованих математичних дисциплін в обсязі, необхідному для викладання математики у середніх навчальних закладах, який дозволяє формувати відповідну математичну культуру учнів.

Вчитель математики повинний володіти знаннями і навичками, необхідними для організації навчально-виховного процесу в середніх навчальних закладах.

Бакалавр, який одержує спеціальність 014.04 Середня освіта (Математика) повинний знати:

- Дисципліни фундаментального циклу: математичний аналіз, аналітичну геометрію та лінійну алгебру, дискретну математику

і математичну логіку, теорію ймовірностей та математичну статистику, диференціальні рівняння, комплексний аналіз, рівняння математичної фізики, чисельні методи.

- Дисципліни професійно-орієнтованого циклу: психологію (загальну, вікову та соціальну), педагогіку (у тому числі основні теорії навчання, основні напрямки діяльності класного керівника, інноваційні технології навчання), методики викладання математики і інформатики, вікову фізіологію, валеологію, історію розвитку математики і інформатики.
- Основи проведення наукових досліджень та науково-методичної роботи.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програма комплексного кваліфікаційного іспиту з математики та методики навчання математики містить такі розділи:

1. Методика навчання математики.
2. Математичний аналіз.
3. Лінійна алгебра.
4. Алгебра і теорія чисел.
5. Аналітична геометрія.
6. Диференціальна геометрія.
7. Теорія ймовірностей та математична статистика.
8. Диференціальні рівняння.
9. Дискретна математика.

При складанні іспиту студенти повинні продемонструвати високий рівень знань з математики та вміння організовувати роботу з учнями при проведенні уроків у загальноосвітній школі.

Кожний білет державного екзамену складається з двох частин. До складу першої частини входять тестові завдання з математики і методики навчання математики. Відповідаючи на тестові завдання з методики навчання математики, студент повинен продемонструвати знання основних теоретичних положень загальної методики математики, методики вивчення окремих тем шкільного курсу математики, змісту шкільної програми з математики. Тестові завдання з математики потребують знання означень математичних понять,

теорем та їх застосування до розв'язання практичних завдань за відомими алгоритмами.

Друга частина складається з теоретичного питання і двох практичних завдань.

Відповідь на теоретичне питання передбачає вміння узагальнювати та систематизувати набуті знання, повне обґрунтування математичних тверджень, вміння вільно і правильно висловлювати математичні міркування. Виконання практичних завдань потребує застосування основних методів розв'язання, варіативності мислення і раціональності у виборі способу розв'язання. Завдання розв'язується з повним поясненням.

Відповідь кожного білета оцінюється за 100-бальною шкалою: Перша частина складається з 20 тестових завдань з методики навчання математики і 20 – з математики. Правильне виконання тестового завдання з методики навчання математики оцінюється в 1 бал (не повна відповідь), з математики – 2 бали (повна відповідь). Таким чином, перша частина оцінюється в 60 балів.

Виконання завдань другої частини оцінюється в 40 балів: 15 балів за теоретичне питання, 10 і 15 балів за практичні завдання різного рівня складності.

Критерії оцінювання теоретичного питання

Повна, розгорнута відповідь з обґрунтованими математичними твердженнями, сформульовано теорему, наведено необхідне доведення, наведено приклади застосування даного теоретичного питання з необхідним поясненням	15 балів
Відповідь повна, ґрунтовна, сформульована теорема, але в доведенні порушено правильний ланцюг міркувань, наведено приклади	13 балів
Відповідь неповна, дані обґрунтування, сформульована теорема, але в доведенні порушено правильний ланцюг міркувань, відсутні приклади	11 балів
Теорема сформульована, дано пояснення, наведено приклади її застосування, але відсутнє доведення	9 балів
Сформульовано теорему без пояснень, наведено приклади застосування її до розв'язання задач	7 балів
Сформульовано теорему без пояснень, приклади відсутні	5 балів

Теорема сформульована частково	1-4 бали
--------------------------------	----------

Критерії оцінювання практичного питання достатнього рівня складності

Розв'язання правильне, супроводжується необхідним повним поясненням і обґрунтуванням	10 балів
Розв'язання супроводжується необхідним повним поясненням і обґрунтуванням, але допущена арифметична помилка, яка є наслідком неуважності, і не демонструє незнання математичних законів	9 балів
Розв'язання супроводжується неповним поясненням, порушено логічно правильний ланцюг міркувань, але відповідь правильна	8 балів
Завдання розв'язується правильно, але пояснення неповне, пропущені логічні кроки, відсутня чітка відповідь	7 балів
Розв'язання правильне, але без необхідних пояснень і обґрунтування, відсутня чітка відповідь	6 балів
При розв'язанні зроблені помилкові теоретичні пояснення, наслідком яких є частковий розв'язок	5 балів
Розв'язання відсутнє, але наведено теоретичні пояснення, формули, необхідні для виконання завдання, є спроба застосування формул до розв'язання	1-4 бали

Критерії оцінювання практичного питання високого рівня складності

Завдання розв'язано правильно, при цьому проявляється варіативність мислення, раціональність у виборі способу розв'язання, розв'язання супроводжується необхідним повним поясненням і обґрунтуванням	15 балів
Розв'язання супроводжується необхідним повним поясненням і обґрунтуванням, але допущена арифметична помилка, яка є наслідком неуважності, і не демонструє незнання математичних законів	13 балів
Розв'язання супроводжується неповним поясненням, порушено логічно правильний ланцюг міркувань, але відповідь правильна	11 балів

Завдання розв'язується правильно, але пояснення неповне, пропущені логічні кроки, відсутня чітка відповідь	9 балів
Розв'язання правильне, але без необхідних пояснень і обґрунтування, відсутня чітка відповідь	8 балів
При розв'язанні зроблені помилкові теоретичні пояснення, наслідком яких є частковий розв'язок	6 балів
Розв'язання відсутнє, але наведено теоретичні пояснення, формули, необхідні для виконання завдання, є спроба застосування формул до розв'язання	1-5 балів

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

ЗАГАЛЬНА МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Методика навчання математики, як наука і як навчальна дисципліна в педагогічному вищому навчальному закладі. Цілі, зміст, структура курсу, зв'язок з іншими науками, коротка історія розвитку.

Математика в школі як навчальний предмет. Цілі навчання математики. Аналіз програм з математики. Проблеми впровадження державного стандарту з математики. Рівнева і профільна диференціація навчання математики.

Внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки при вивченні математики.

Діяльнісний підхід у навчанні математики. Вихідні положення концепції навчальної діяльності. Роль загальних розумових дій і прийомів розумової діяльності при навчанні математики. Аналіз, синтез, порівняння, класифікація, систематизація, аналогія, абстрагування, узагальнення, індукція, дедукція та їх застосування в навчанні математики. Прийоми розумової діяльності.

Загально-дидактичні принципи навчання математики. Розвиваюче навчання, його дидактичні і психологічні принципи.

Методи навчання математики. Характеристика основних методів. Програмоване навчання. Метод доцільних задач.

Організаційні форми навчання математики. Урок математики в сучасній школі. Типи уроків, проведення уроку, аналіз уроку. Лекційно-практична система навчання.

Факультативні заняття, їх мета, форма проведення. Позакласна робота з математики.

Засоби навчання математики. Підручники з математики. Використання нових інформаційних технологій.

Математичні поняття та їх види. Первісні, означувані поняття, описові поняття. Методика формування математичних понять, узагальнення і класифікація.

Твердження, аксіоми, теореми в шкільному курсі математики.

Задачі в навчанні математики. Класифікація математичних задач. Функції задач. Характеристика основних методів і способів розв'язання задач.

Контроль у навчанні математики. Види контролю, форми, методи і засоби контролю. Система тестування як засіб педагогічної діагностики успішності і здібностей учнів при вивченні математики.

Рівнева і профільна диференціація та проблеми їх впровадження. Навчання математики в профільних, загальноосвітніх, вечірніх і заочних школах.

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ОКРЕМИХ ПРЕДМЕТІВ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ.

Математика в 5-6 класах

Цілі, зміст вивчення. Вимоги до математичної підготовки. Аналіз альтернативних підручників. Систематизація узагальнення і розширення відомостей про натуральні числа і дії над ними; методика вивчення десяткових дробів, додатних і від'ємних чисел, пропедевтика вивчення геометрії, алгебри у курсі 5-6 класів.

Алгебра

Алгебра як наука і як навчальний предмет в школі. Цілі, зміст, вимоги до математичної підготовки. Аналіз альтернативних підручників. Розвиток поняття про число в курсі алгебри. Методика вивчення тотожних перетворень раціональних та ірраціональних виразів. Рівняння і нерівності. Системи рівнянь і нерівностей. Функції. Методика вивчення поняття функції. Вивчення властивостей елементарних функцій:

$$y = kx + b, y = \frac{k}{x}, y = x^2, y = x^3, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = ax^2 + bx + c.$$

Елементи теорії множин, методика вивчення початків теорії ймовірностей.

Планіметрія

Геометрія як навчальний предмет. Цілі, зміст, вимоги до математичної підготовки, аналіз альтернативних підручників. Перші уроки систематичного курсу геометрії. Методика введення аксіом та навчання доведенням перших теорем. Ознаки рівності трикутників. Паралельні і перпендикулярні прямі. Ознаки подібності трикутників. Паралельні і перпендикулярні прямі. Геометричні побудови, методика навчання розв'язуванню задач на побудову. Чотирикутники. Методики вивчення многокутників. Геометричні перетворення фігур. Координати і вектори на площині. Поняття величини. Геометричні величини в шкільному курсі планіметрії.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Закон України «Про освіту» від 05.09.2017 № 2145-VIII. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19>
2. Закон України «Про повну загальну середню освіту» від 16.01.2020 № 463-IX. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20>
3. Державний стандарт базової середньої освіти: затв. постановою Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 № 898. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-п>
4. Концепція реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року: розпорядження КМУ від 14.12.2016 № 988-р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/988-2016-p>
5. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Методика навчання математики: навч. посіб. Київ: Вища школа, 2005. 367 с.
6. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підручник. Київ: Вища школа, 2006. 620 с.
7. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. 239 с.
8. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Методика навчання математики в закладах загальної середньої освіти: навч. посіб. Київ: УОБЦ «Оріон», 2018. 352 с.
9. Пошетун О. І. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи. Київ: К.І.С., 2004. 112 с.

10. Морзе Н. В., Барна О. В. Інформаційно-комунікаційні технології в освіті: навч. посіб. Київ: Видавнича група BVH, 2016. 240 с.
11. STEM-освіта: методичні рекомендації щодо впровадження в освітній процес закладів загальної середньої освіти. Київ: МОН України, 2020. 32 с.
12. Істер О. С. Методика навчання математики в сучасній школі. Київ: Генеза, 2019. 256 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Істер О. С. Сучасний урок математики: теорія і практика. Київ: Генеза, 2018. 240 с.
2. Скафа О. І. Інноваційні технології навчання математики: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2019. 216 с.
3. Морзе Н. В. Цифрові технології в освіті: навч. посіб. Київ: Ліра-К, 2020. 280 с.
4. STEM-освіта в Україні: теорія і практика: метод. рекомендації. Київ: ІМЗО, 2021. 96 с.
5. Нова українська школа: методичні рекомендації для вчителів математики. Київ: МОН України, 2021. 64 с.

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Функції однієї змінної

Основні поняття теорії множин. Функція.

Дійсні числа. Точні границі числових множин. Послідовності. Число e . Граничні точки послідовностей. Теорема Больцано-Вейерштраса. Верхні та нижні границі числових послідовностей.

Граничні значення функції в точці. Означення границі в точці по Коші і по Гейне. Односторонні границі монотонних функцій.

Неперервність в точці і на множині. Теорема Вейерштраса. Рівномірна неперервність.

Похідна і диференціал. Формула Тейлора та її роль у математичному аналізі. Асимптотичні розкладання. Символи “ O ” і “ o ” та їх застосування у аналізі.

Первісна і невизначений інтеграл. Визначений інтеграл. Інтеграл Рімана. Невласний інтеграл Рімана. Критерій Коші збіжності невластного інтегралу. Невласний інтеграл від необмеженої функції.

Функції багатьох змінних

Простір R^n . Збіжні послідовності. Критерій Коші існування границь. Граничні точки, відкриті і замкнені множини, теорема Больцано-Вейєрштраса.

Границя, неперервність, рівномірна неперервність функцій багатьох змінних.

Частинні похідні і повний диференціал. Похідна за напрямком. Градієнт.

Похідні і диференціали вищих порядків. Формула для функцій багатьох змінних.

Неявні і параметрично задані функції багатьох змінних та їх диференційовність.

Екстремуми. Необхідні умови екстремуму у термінах першого диференціалу. Достатні умови екстремуму. Поняття про умовний екстремум. Схема знаходження екстремумів.

Ряди і функціональні послідовності

Числові ряди, ознаки їх збіжності.

Функціональні послідовності. Рівномірна збіжність. Критерій Коші рівномірної збіжності.

Функціональні ряди. Ознаки Вейєрштраса, Абеля, Діріхле рівномірної збіжності. Степеневі ряди. Ряди Тейлора і Маклорена.

Інтегрування функцій багатьох змінних

Кратні інтеграли Рімана. Інтегрування і класи інтегровних функцій. Невласні кратні інтеграли Рімана та їх застосування до задач геометрії, фізики.

Криві на площині і у просторі. Дотична і нормаль. Кривизна і радіус кривизни. Криволінійні інтеграли першого і другого роду.

Поверхні у тривимірному просторі. Дотична площина і нормаль. Перша і друга квадратичні форми поверхні. Поверхневі інтеграли першого і другого роду.

Основні операції теорії поля та їх вираз у криволінійних координатах. Формули Гріна, Стокса, Остроградського.

Інтеграли, залежні від параметру. Неперервність, диференційовність і інтегровність по параметру. Невласні інтеграли, залежні від параметру. Рівномірна збіжність та її ознаки. Інтегрування та диференціювання невластних інтегралів по параметру. Гама-функція, бета-функція та їх основні властивості.

Ряди Фур'є

Ортонормовані системи у Евклідових просторах. Ряди Фур'є з ортонормованих систем. Нерівність Бесселя. Замкнуті та повні ортонормовані системи. Рівняння Парсеваля. Тригонометрична система та її замкнутість. Тригонометричні ряди Фур'є. Умови рівномірної збіжності та збіжності в точці. Умови почленного диференціювання.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Безклубенко І. С., Баліна О. І. Математичний аналіз: підручник: у 2 ч. Ч. 1. Київ: КНУБА, 2024. 224 с.
2. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Федорова Л. Б. Математика в технічному університеті: підручник. Т. 2. Київ: Кондор, 2019. 504 с.
3. Буценко Ю. П., Дем'яненко О. О., Мамса К. Ю. та ін. Задачник з математичного аналізу: диференціальне та інтегральне числення. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2014. 124 с.
4. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 204 с.
5. Кирилашук С. А., Бондаренко З. В., Ключко В. І. Вища математика: навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2020. 93 с.
6. Лавренчук В. П., Настасієв П. П., Мартинюк О. В., Кондур О. С. Вища математика. Ч. 2: Математичний аналіз і диференціальні рівняння: навчальний посібник. Чернівці: Книги–XXI, 2010. 556 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Буценко Ю. П., Дем'яненко О. О., Мамса К. Ю. та ін. Задачник з математичного аналізу: диференціальне та інтегральне числення. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2014. 124 с.
2. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 204 с.

3. Кирилашук С. А., Бондаренко З. В., Ключко В. І. Вища математика: навчальний посібник. Вінниця: ВНТУ, 2020. 93 с.
4. Лавренчук В. П., Настасієв П. П., Мартинюк О. В., Кондур О. С. Вища математика. Ч. 2: Математичний аналіз і диференціальні рівняння: навчальний посібник. Чернівці: Книги–XXI, 2010. 556 с.

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

Системи лінійних рівнянь і нерівностей. Арифметичний n -вимірний векторний простір

Системи лінійних рівнянь та їх елементарні перетворення. Рівносильні системи лінійних рівнянь. Властивості розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих. Поняття загального розв'язку системи лінійних рівнянь. Достатня умова існування ненульових розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.

Системи лінійних однорідних нерівностей.

Критерій несумісності систем m лінійних нерівностей з n невідомими. Критерій існування невід'ємних розв'язків системи m лінійних рівнянь з n невідомими.

Арифметичний n -вимірний векторний простір. Лінійна залежність і лінійна незалежність скінченної системи векторів. Основна теорема про лінійну залежність. Базис і ранг скінченної системи векторів.

Рядковий і стовпцевий ранги матриці. Елементарні рядкові і стовпцеві перетворення матриці. Незмінність рядкового і стовпцевого рангів матриці при елементарних перетвореннях. Теорема про рівність стовпцевого і рядкового рангів матриці. Зведення матриці до ступінчастого виду і обчислення рангу матриці.

Критерій сумісності і визначеності системи лінійних рівнянь. Критерій існування ненульових розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.

Числові поля. Поле комплексних чисел

Бінарні відношення, їх основні типи. Бінарні алгебраїчні операції. Асоціативність, комутативність, дистрибутивність бінарних операцій. Обернені операції. Нейтральний елемент, симетричні елементи. Алгебраїчні системи.

Означення і приклади груп. Найпростіші властивості груп. Однозначне та взаємоднозначне відображення множин. Ізоморфізми і гомоморфізми.

Означення і приклади кілець. Найпростіші властивості кілець. Кільце цілих чисел.

Означення і приклади полів. Найпростіші властивості полів.

Побудова поля комплексних чисел. Алгебраїчна форма запису комплексних чисел, закони дій над ними. Спряжені комплексні числа, їх властивості. Геометричне зображення комплексного числа, дії над комплексними числами. Тригонометрична форма комплексного числа, інтерпретація дій над комплексними числами, дії над комплексними числами в тригонометричній формі. Формула Муавра.

Добування кореня n -го степеня з комплексного числа. Двочленні рівняння. Корені n -го степеня з одиниці. Первісні корені. Група коренів з одиниці.

Матриці та визначники

Визначники другого та третього порядку. Перестановки та підстановки, їх парність та непарність. Група підстановок. Означення визначника n -го порядку та його основні властивості. Матриці та алгебраїчні доповнення. Необхідні і достатні умови рівності визначника нулю. Обчислення визначників n -го порядку.

Визначник добутку матриць. Необхідна і достатня умови існування оберненої матриці, обчислення її за допомогою елементарних рядкових перетворень та алгебраїчних доповнень.

Теорема і формули Крамера. Запис і розв'язування крамеровських систем матричним способом.

Умови, при яких однорідна система n однорідних рівнянь з n невідомими має ненульові розв'язки. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь, її властивості

Теорія многочленів

Кільце многочленів від однієї невідомої. Подільність. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда. Основна теорема алгебри.

Кільце многочленів від кількох невідомих. Симетричні многочлени.

Векторні простори

Векторний простір та його найпростіші властивості. Підпростори. Перетин, сума, пряма сума підпросторів. Лінійна

оболонка. Поняття про скінченновимірний простір. Простір розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.

Лінійна залежність векторів. Базис і розмірність векторного простору.

Координати вектора. Зв'язок між базисами. Перетворення координат вектора при переході до нового базису. Ізоморфізм векторних просторів. Теорема про розмірність суми двох підпросторів.

Векторний простір зі складними добутками. Норма (довжина) вектора, кут між векторами. Теорема Коші-Буняковського. Процес ортогоналізації. Ортогональні та ортонормовані базиси евклідового простору, їх властивості. Ізоморфізм евклідових просторів.

Лінійні оператори

Структура лінійного оператора. Лінійні оператори на евклідовому та унітарному просторах.

Означення і найпростіші властивості лінійних операторів. Матриця лінійного оператора. Перетворення координат вектора під дією лінійного оператора.

Зв'язок між матрицями лінійного оператора в різних базисах; подібні матриці, їх властивості.

Операції над лінійними операторами. Матриці лінійних операторів. Область значень, ядро, ранг і дефект лінійного оператора. Теорема про суму рангу і дефекту лінійного оператора.

Підпростори, інваріантні відносно лінійного оператора. Власні вектори, власні значення, характеристична матриця, характеристичне рівняння, характеристичні корені лінійного оператора. Теорема про зв'язок між власними значеннями лінійного оператора і характеристичними коренями.

Властивості системи власних векторів, що відповідають попарно різним власним значенням. Лінійний оператор з простим спектром. Зведення матриці до діагонального виду.

Квадратичні форми

Квадратичні форми. Дійсні квадратичні форми. Зведення квадратичної форми до головних осей. Знаковизначені квадратичні форми.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Гетманцев В. Д. Лінійна алгебра і лінійне програмування: навч. посіб. Київ: Либідь, 2001. 218 с.
2. Кирилашук С. А., Бондаренко З. В., Ключко В. І. Вища математика: навч. посіб. Вінниця: ВНТУ, 2020. 93 с.
3. Алексеева І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Федорова Л. Б. Математика в технічному університеті: підручник. Т. 1. Київ: Кондор, 2018. 504 с.
4. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: навч. посіб. Київ: А.С.К., 2010. 648 с.
5. Лавренчук В. П., Настасієв П. П., Мартинюк О. В., Кондур О. С. Вища математика. Ч. 1: Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посіб. Чернівці: Книги–ХХІ, 2010. 464 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Буценко Ю. П., Дем'яненко О. О., Мамса К. Ю. та ін. Збірник задач з лінійної алгебри. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2014. 124 с.
2. Алексеева І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. Лінійна алгебра: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 196 с.
3. Скафа О. І. Основи лінійної алгебри: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2017. 256 с.
4. Кравчук І. В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посіб. Київ: Кондор, 2016. 320 с.

АЛГЕБРА І ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ

Теорія подільності в кільці цілих чисел

Поняття і властивості подільності в кільці Z . Теорема про ділення з остачею та її застосування. Алгоритм Евкліда. НСД. Взаємно прості числа. НСК. Ланцюгові дробі (скінченні).

Систематичні числа, операції над ними і переведення з однієї системи в іншу. Прості числа. Нескінченність множин простих чисел. Решето Ератосфена. Розкладання цілого числа на прості множники і його єдиність.

Числові функції; число і сума натуральних дільників.

Теорія порівнянь

Порівняння в кільці Z , їх властивості, їх застосування до виводу ознак подільності. Повна система лишків, її властивості. Кільце класів лишків. Зведена система лишків. Функція Ейлера. Теореми Ейлера і Ферма.

Лінійні порівняння з одним невідомим, різні методи їх розв'язування. Порівняння вищих степенів за простим модулем. Квадратичні лишки, квадратичні нелишки.

Поняття многочлена, властивості подільності многочленів. Алгоритм Евкліда відшукування НСД многочленів. Корені многочлена, їх границі. Метод Штурма відокремлення коренів многочлена.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: навч. посіб. Київ: А.С.К., 2010. 648 с.
2. Кравчук І. В. Алгебра і теорія чисел: навч. посіб. Київ: Кондор, 2016. 392 с.
3. Гетманцев В. Д. Лінійна алгебра і лінійне програмування: навч. посіб. Київ: Либідь, 2001. 218 с.
4. Лавренчук В. П., Настасієв П. П., Мартинюк О. В., Кондур О. С. Вища математика. Ч. 1: Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посіб. Чернівці: Книги–XXI, 2010. 464 с.
5. Кирилашук С. А., Бондаренко З. В., Ключко В. І. Вища математика: навч. посіб. Вінниця: ВНТУ, 2020. 93 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Буценко Ю. П., Дем'яненко О. О., Мамса К. Ю. та ін. Збірник задач з алгебри і теорії чисел. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2014. 124 с.
2. Алексеева І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. Алгебра і теорія чисел: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 210 с.

3. Скафа О. І. Алгебра і теорія чисел: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2017. 320 с.
4. Кравчук І. В. Практикум з алгебри і теорії чисел: навч. посіб. Київ: Кондор, 2018. 256 с.

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

Аналітична геометрія на площині

Декартова система координат на прямій, прямокутна система координат на площині. Інші системи координат. Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Векторна алгебра на площині. Афінне перетворення координат на площині. Рівняння лінії. Алгебраїчні лінії. Різні способи завдання прямої на площині. Кут між прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Відстань між точкою та прямою. Зведення рівняння лінії до канонічного вигляду за допомогою повороту та перенесення прямокутної системи координат. Дослідження та класифікація ліній за їх канонічними рівняннями.

Аналітична геометрія у просторі

Прямокутна система координат у просторі. Векторна алгебра у просторі. Афінне перетворення координат у просторі. Рівняння поверхні. Алгебраїчні поверхні. Різні способи завдання прямої та площини у просторі. Кут між площинами. Умови паралельності та перпендикулярності площин. Відстань між точкою та площиною. Зведення рівняння поверхні II порядку до канонічного вигляду за допомогою повороту та перенесення прямокутної системи координат. Дослідження та класифікація поверхонь II порядку за їх канонічними рівняннями.

Геометричні перетворення

Перетворення площини у просторі. Група перетворень та її підгрупи. Рухи на площині. Перетворення подібності. Афінні перетворення.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Кравчук І. В. Аналітична геометрія: навч. посіб. Київ: Кондор, 2016. 440 с.
2. Лавренчук В. П., Настасієв П. П., Мартинюк О. В., Кондур О. С. Вища математика. Ч. 1: Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посіб. Чернівці: Книги–ХХІ, 2010. 464 с.
3. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Федорова Л. Б. Математика в технічному університеті: підручник. Т. 1. Київ: Кондор, 2018. 504 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. Аналітична геометрія: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 198 с.
2. Кравчук І. В. Практикум з аналітичної геометрії: навч. посіб. Київ: Кондор, 2018. 240 с.
3. Скафа О. І. Аналітична геометрія: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2017. 256 с.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРИЯ

Векторна функція скалярного аргументу

Вектор-функції одного або декількох скалярних аргументів. Теорія границь для векторів. Неперервність і диференційовність вектор-функції. Правила диференціювання вектор-функції. Геометричне значення похідної вектор-функції. Формула Тейлора для вектор-функції. Вектор-функції сталої довжини.

Елементарна теорія кривих

Означення лінії. Звичайні точки. Дотична до кривої. Нормальна площина. Довжина дуги кривої.

Геометричний образ та його елемент. Рухомий репер. Натуральні рівняння. Ортогональний репер.

Загальна теорія кривих

Репер Френе. Формули Френе. Геометричне значення інваріантів репера Френе. Кривина та скрут. Будова просторової кривої в околі звичайної точки. Канонічне представлення кривої.

Центр кривини. Радіус кривини. Натуральне рівняння просторової кривої. Класифікація кривих. Плоскі криві. Еволюта та евольвента плоскої кривої. Лінії сталої кривини. Гвинтові лінії. Сферичні криві.

Елементарна теорія поверхонь

Означення поверхні. Звичайні і особливі точки. Криволінійні координати на поверхні. Лінії на поверхні. Нормаль і дотична площина до поверхні.

Перетворення криволінійних координат на поверхні. Головні тензори і диференціальні інваріанти поверхні. Геометричне значення головних квадратичних форм поверхні.

Загальна теорія поверхонь

Канонічний репер поверхні. Головні рівняння теорії поверхонь. Головні інваріанти поверхонь. Геометричне значення інваріантів. Повна та середня кривини поверхні.

Лінії на поверхні. Канонічні репер лінії поверхні. Геометричне значення інваріантів. Дослідження кривин ліній. Формула Ейлера.

Лінії кривини. Асимптотичні лінії.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Кравчук І. В. Диференціальна геометрія: навч. посіб. Київ: Кондор, 2018. 320 с.
2. Лавренчук В. П., Настасієв П. П., Мартинюк О. В., Кондур О. С. Вища математика. Ч. 3: Диференціальна геометрія і елементи топології: навч. посіб. Чернівці: Книги–XXI, 2011. 512 с.
3. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. Диференціальна геометрія: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 180 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Кравчук І. В. Практикум з диференціальної геометрії: навч. посіб. Київ: Кондор, 2019. 240 с.
2. Буценко Ю. П., Дем'яненко О. О., Мамса К. Ю. та ін. Збірник задач з диференціальної геометрії. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2014. 124 с.
3. Скафа О. І. Основи диференціальної геометрії: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2017. 256 с.

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Випадкові події та операції над ними. Означення ймовірності

Поняття випадкової події. Операції над подіями. Класичне та статистичне означення ймовірності. Аксиоматична побудова теорії ймовірностей. Властивості ймовірності.

Загальні теореми теорії ймовірностей. Повторні випробування

Теорема додавання ймовірностей. Незалежні події. Умовна ймовірність. Теорема множення ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Байєса. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа.

Випадкові величини та їх розподіли. Багатовимірні випадкові величини

Поняття випадкової величини. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Функція та щільність розподілу. Математичне сподівання, дисперсія та середнє квадратичне відхилення випадкової величини. Моменти випадкових величин. Умовні розподіли ймовірностей та їх числові характеристики. Загальні види розподілів ймовірностей дискретних та неперервних випадкових величин.

Закон великих чисел

Теорема Чебишова. Теорема Бернуллі. Центральна гранична теорема.

Загальні поняття про вибірковий метод

Основні задачі математичної статистики. Варіаційні ряди. Їх графічне зображення. Середні величини. Показники варіації. Загальні

відомості про вибірковий метод. Поняття оцінки параметрів. Методи знаходження оцінок. Довірча ймовірність та довірчий інтервал.

Перевірка статистичних гіпотез. Елементи дисперсійного аналізу

Принцип практичної впевненості. Статистична гіпотеза та загальна схема її перевірки. Перевірка статистичних гіпотез про закон розподілу генеральної сукупності. Однофакторний дисперсійний аналіз.

Елементи кореляційного та регресійного аналізу

Види залежностей. Коефіцієнт кореляції. Загальні положення кореляційного аналізу. Нелінійна регресія.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Кравчук І. В. Теорія ймовірностей і математична статистика: навч. посіб. Київ: Кондор, 2017. 432 с.
2. Працьовитий М. В., Ткаченко О. М. Теорія ймовірностей: підручник. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2015. 352 с.
3. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: навч. посіб. Київ: А.С.К., 2010. 648 с.
4. Лавренчук В. П., Настасієв П. П., Мартинюк О. В., Кондур О. С. Вища математика. Ч. 4: Теорія ймовірностей і математична статистика: навч. посіб. Чернівці: Книги–XXI, 2012. 448 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА:

1. Буценко Ю. П., Дем'яненко О. О., Мамса К. Ю. та ін. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2014. 124 с.
2. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. Теорія ймовірностей та математична статистика: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 210 с.
3. Скафа О. І. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2016. 256 с.

4. Кравчук І. В. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. Київ: Кондор, 2018. 240 с.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Рівняння I порядку

Поняття про диференціальне рівняння (ДР). Поняття про розв'язок диференціального рівняння. ДР I порядку, розв'язані відносно похідної. Задача Коші. Теорема існування та єдиності розв'язку для диференціальних рівнянь I порядку, розв'язаних відносно похідної. Геометричний зміст рівняння $y' = f(x, y)$.

Рівняння з відокремленими змінними. Рівняння із змінними, що відокремлюються.

Однорідні диференціальні рівняння і ті, що зводяться до них.

Методи інтегрування лінійних рівнянь I порядку. Рівняння Бернуллі. Рівняння Ріккаті.

Рівняння у повних диференціалах. Інтегруючий множник.

Поняття рівняння, не розв'язаного відносно похідної. Частинні випадки рівнянь, не розв'язаних відносно похідної, які інтегруються введенням параметру. Рівняння Лагранжа та Клеро. Теорема існування та єдиності розв'язку рівняння $F(x, y, y') = 0$.

Рівняння вищих порядків.

Поняття рівняння n -го порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку рівняння n -го порядку, розв'язаного відносно старшої похідної. Рівняння n -го порядку, які допускають зниження порядку.

Поняття лінійного рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Основні властивості розв'язків лінійного однорідного рівняння. Лінійна залежність та лінійна незалежність функцій. Структура загального розв'язку лінійного однорідного рівняння n -го порядку.

Лінійне однорідне рівняння зі сталими коефіцієнтами. Випадки коренів характеристичного рівняння.

Лінійне неоднорідне рівняння зі сталими коефіцієнтами та з правою частиною квазімногочленного вигляду.

Системи рівнянь.

Поняття системи диференціальних рівнянь. Поняття системи лінійних диференціальних рівнянь. Структура загального розв'язку лінійної однорідної системи диференціальних рівнянь.

Випадок простих коренів. Випадок кратних коренів. Неоднорідні лінійні системи зі сталими коефіцієнтами.

Поняття розв'язку. Властивості розв'язків. Теорема про структуру загального розв'язку лінійної неоднорідної системи.

Побудова загального розв'язку лінійної неоднорідної системи методом варіації довільної сталої. Зведення нормальної системи n диференціальних рівнянь до одного рівняння n -го порядку.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк М. О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах: навч. посіб. Київ: Вища школа, 1994. 383 с.
2. Кравчук І. В. Диференціальні рівняння: навч. посіб. Київ: Кондор, 2018. 352 с.
3. Лавренчук В. П., Настасієв П. П., Мартинюк О. В., Кондур О. С. Вища математика. Ч. 3: Диференціальні рівняння: навч. посіб. Чернівці: Книги–XXI, 2011. 512 с.
4. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика: навч. посіб. Київ: А.С.К., 2010. 648 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Буценко Ю. П., Дем'яненко О. О., Мамса К. Ю. та ін. Збірник задач з диференціальних рівнянь. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2014. 124 с.
2. Алексєєва І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. Диференціальні рівняння: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 198 с.
3. Скафа О. І. Диференціальні рівняння: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2017. 256 с.
4. Кравчук І. В. Практикум з диференціальних рівнянь: навч. посіб. Київ: Кондор, 2019. 240 с.

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Теорія множин

Основні поняття. Загальні відомості. Основи теорії множин. Способи завдання множин. Порожня множина. Операція над множинами.

Універсал U . Алгебра множин. Методи доведення тотожностей. Узагальнення операцій над множинами. Нечіткі множини та лінгвістичні зміни.

Математична логіка

Математична логіка. Булеві функції. Властивості функцій алгебри логіки. Принцип двоїстості. Набори повних функцій. Канонічні форми перемикальних функцій. Нормальні форми та досконалі нормальні форми. Тупикові нормальні форми. Методи мінімізації. Геометричне представлення функцій алгебри логіки.

Відношення. Алгебри. Формальні системи

Відношення. Поняття та основні властивості відношень. Відношення еквівалентності. Відношення порядку. Потужність множин. Алгебри. Основні поняття і властивості. Гомоморфізм та ізоморфізм алгебр. Типи алгебр. Алгебраїчні системи.

Формальні системи. Основні поняття. Числення висловлювань. Логіка і числення предикатів. Канонічна система Поста. Машина Тьюрінга як окремий випадок канонічної системи Поста. Використання канонічних систем Поста і машин Тьюрінга.

Комбінаторика

Комбінаторика. Комбінаторні схеми. Біном Ньютона. Розміщення і функціональні відображення. Розбиття. Поліномна формула. Формула включень і виключень. Розв'язання комбінаторних задач методом Поя.

Теорія графів

Графи. Основні поняття теорії графів. Способи завдання графів. Локальні степені вершин. Частини графа, суграфи та підграфи. Маршрути, ланцюги та цикли. Деревя. Задача про кенігсберзькі мости. Ейлерові та Гамільтонові графи. Планарність графів. Проблема чотирьох фарб. Екстремальні задачі у теорії графів. Булеві матриці. Вилучення компонентів зв'язності. Задача пошуку маршрутів у графі.

Пошук відстані між вершинами графа. Мінімальні шляхи. Гамільтонові ланцюги та цикли у зважених графах.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Капітонова Ю. В., Кривий С. Л., Летичевський О. А., Луцький Г. М., Печурін М. К. Основи дискретної математики: підручник. Київ: Наукова думка, 2002. 581 с.
2. Борисенко О. А. Дискретна математика: підручник. Суми: Університетська книга, 2007. 255 с.
3. Новотарський М. А. Дискретна математика: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 278 с.
4. Олійник А. С., Петравчук А. П. Дискретна математика: навч. посіб. Київ, 2024. 177 с.
5. Кривий С. Л. Курс дискретної математики: навч. посіб. Київ: НАУ, 2007. 432 с

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Стрелковська І. В., Буслаєв А. Г., Харсун О. М. та ін. Дискретна математика: навч. посіб. Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2010. 196 с.
2. Карнаух Т. О. Комбінаторика: навч. посіб. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2011. 141 с.
3. Темнікова О. Л. Дискретна математика: конспект лекцій. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 154 с.
4. Темнікова О. Л., Тавров Д. Ю. Дискретна математика. Частина 1. Основи дискретної математики. Практикум. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 121 с.

Зразок білета

І частина

Завдання з 1 до 40 мають чотири варіанти відповідей, з яких тільки одна правильна. Оберіть правильну відповідь. При необхідності зробіть розрахунки.

1. Автором першого відомого в історії підручника з математики є:

- а) Л.П.Магницький
- б) Л.Ейлер
- в) К.Ф.Лебединцев
- г) О.М.Астряб

2. Традиційний шкільний курс з математики склався до:

- а) середини XVIII століття
- б) XX століття
- в) XIX століття
- г) середини XVII століття

3. Рух за реформу шкільної математичної освіти на початку XX століття очолив:

- а) Ф. Клейн
- б) А.П. Кисельов
- в) С.І. Шохор-Троцький
- г) В.М.Брадiс

4. Державний стандарт з математики було прийнято у:

- а) 2005р.
- б) 1999р.
- в) 2004р.
- г) 2000р.

5. Метод доцільних задач запропонував:

- а) В. М. Брадiс
- б) С.І. Шохор-Троцький
- в) О.М.Астряб
- г) А.П.Кисельов

6. До первісних понять відносять:

- а) натуральні числа
- б) трикутник
- в) промінь
- г) функція

7. Систематичне вивчення геометрії починається в:

- а) 5класі
- б) 6класі
- в) 7класі
- г) 8класі

8. Якщо пошук доведення починають від того що треба довести, але міркування не доводять до кінця, а, починають міркувати з розгортання умови, то такий спосіб доведення називають:

- а) аналітико-синтетичний
- б) аналітичний
- в) синтетичний
- г) від супротивного

9. Навчальна функція задач спрямована на:

- а) розвиток просторових уявлень
- б) формування в учнів умінь і навичок на різних етапах навчання
- в) розвиток алгоритмічного мислення
- г) розвиток пізнавального інтересу

10. Для кожного етапу уроку обов'язковим етапом є:

- а) перевірка знань
- б) ознайомлення з новим матеріалом
- в) закріплення нового матеріалу
- г) постановка мети

11. Заняття , які проводять в позаурочний час, ґрунтуються на принципі добровільності, мають на меті підвищення рівня математичного розвитку учнів є:

- а) факультативними заняттями
- б) позакласною роботою
- в) додатковими заняттями з невстигаючими
- г) груповими заняттями з тими, хто навчається з випередженням

12. Факультативні заняття з математики введено у:

- а) 1983р.
- б) 1978р.
- в) 1967р.
- г) 2000р.

13. Поняття „проценти” вводиться в:

- а) 5 класі
- б) 6 класі
- в) 8 класі
- г) 9 класі

14. Поняття ірраціонального числа вводиться в:

- а) 9 класі
- б) 5 класі
- в) 8 класі
- г) 6 класі

15. Яке з висловлювань правильне:

- а) аналітичний метод розв'язування задач сприяє свідомому пошуку розв'язання задачі
- б) синтетичний метод розв'язування задач сприяє свідомому пошуку розв'язання задачі
- в) синтетичний метод розв'язування задач використовують здебільшого в старших класах
- г) при аналітичному методі розв'язання міркують від умови до шуканого

16. Спеціальна методика математики займається:

- а) забезпеченням засвоєння особливостей шкільних програм
- б) розгляданням загальних питань процесу навчання математики
- в) вихованням учнів у процесі навчання математики
- г) методикою вивчення окремих розділів і тем шкільного курсу математики забезпеченням засвоєння особливостей шкільних програм

17. Окремий курс тригонометрії було ліквідовано:

- а) у 1967 р.
- б) у 1962р.
- в) у 1983 р.
- г) у 1978 р.

18. Міркування від того, що треба знайти або довести, до того, що дано або встановлено раніше називається :

- а) узагальненням
- б) синтезом
- в) аналізом
- г) абстрагуванням

19. Твердження, яке приймається за домовленістю, називається:

- а) аксіомою
- б) теоремою
- в) означенням
- г) лемою

20. Якщо пряма теорема записана у вигляді умовного висловлювання: « Якщо Р, то Q», де Р – умова теореми, а Q – її висновок, то висловлювання: « Якщо Q, то Р»:

- а) контр позитивна теорема
- б) протилежна теорема
- в) обернена протилежній теорема
- г) обернена теорема

21. При дослідженні на збіжність рядів, знаки членів яких строго чергуються, найчастіше користуються такими ознаками збіжності:

- а) ознака Лейбніца
- б) ознака Д'Аламбера
- в) ознаки порівняння
- г) ознака Коші

22. Властивість симетрії біноміальних коефіцієнтів визначається:

- а) $C_n^k = C_k^n$
- б) $C_{n-k}^k = C_k^{n-k}$
- в) $C_n^k = C_n^{n-k}$
- г) $C_n^k = C_{k-1}^{n-k}$

23. Визначений інтеграл $\int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 1)dx$ дорівнює

- а) 0
- б) 2
- в) $\frac{16}{15}$
- г) $\frac{8}{3}$

24. Областю визначення функції $y = \frac{3x^7 + 15}{x^2 \sqrt{x-7}}$ є множина

- а) $R/-7$
- б) $x > 7$
- в) R
- г) $x > -7$

25. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{\frac{2}{3}} + 5}$ є

- а) збіжним
- б) умовно збіжним
- в) абсолютно збіжним
- г) розбіжним

26. Градієнтом функції u в точці називається

- а) вектор, координатами якого є частинні похідні функції u в цій точці
- б) абсолютна величина похідної функції u
- в) похідна в даній точці за напрямом
- г) похідна в інших точках за напрямом

27. Перша квадратична форма поверхні має вигляд:

- а) $\varphi_1 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$;
- б) $\varphi_2 = Kdu^2 + 2Mdudv + Ldv^2$;
- в) $\frac{1}{R} = \frac{Kdu^2 + 2Mdudv + Ldv^2}{ds^2}$;
- г) $S^2 - \frac{EL - 2FM + GK}{EG - F^2}S + \frac{KL - M^2}{EG - F^2} = 0$.

28. Якщо в даній точці всі коефіцієнти другої квадратичної форми нульові, тобто $K=0$, $M=0$, $L=0$, то така точка називається:

- а) еліптичною;
- б) гіперболічною;
- в) параболічною;
- г) ущільнення.

29. Якщо $A\{1,2,3,4\}$, $B\{3,4,5,6\}$, $C\{1,5\}$ то чому дорівнює потужність множини $C=(A\cup B)\setminus C$?

- а) 4
- б) 1
- в) 2
- с) 3

30. В: Задана множина $A=\{1,2,3,\{3\},\{4\}\}$. Яке з наступних тверджень вірне?

- а) $2\in A$
- б) $2\subset A$
- в) $\{4\}\subset A$
- г) $4\in A$

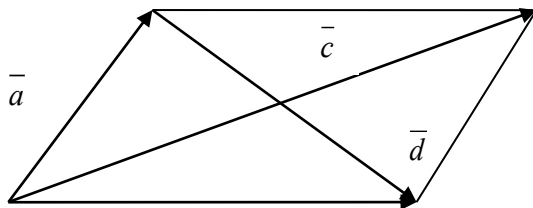
31. Диференціальне рівняння $x^3 y' = 2y$ розв'язується за допомогою:

- а) заміни $y = u \cdot v$
- б) заміни $z = y/x$
- в) заміни $z = y^{1-n}$
- г) відокремлювання змінних та інтегрування

32. Диференціальне рівняння $y'' + y' - 2y = 0$ має розв'язок:

- а) $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^x$
- б) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x}$
- в) $y = e^{-2x} (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$
- г) $y = e^x (c_1 \cos 2x - c_2 \sin 2x)$

33.



Різницею векторів

$\vec{b}$

$\vec{a}$ і $\vec{b}$ є вектор:

- а) $\vec{c}$;
- б) $\vec{d}$;
- в) $-\vec{c}$;
- г) $-\vec{d}$.

34. Площина $x + y - z = 0$ паралельна площині

- а) $x + 2y - 2z - 1 = 0$;
- б) $x + y - z + 4 = 0$;
- в) $x + y + z + 3 = 0$;
- г) $x + y + z + 5 = 0$.

35. Задано канонічне рівняння $x^2 + \frac{y^2}{14} = 1$

- а) еліпса;
- б) параболи;
- в) гіперболи;
- г) кола.

36. Кратність кореня $x = 0$ багаточлена $x^4 - 3x^3 + 2x^2$ дорівнює

- а) 1
- б) 0
- в) 2
- г) 3

37. Скільки дільників має число 100

- а) 10
- б) 9
- в) 100

г) 2

38. Кількість натуральних чисел, що діляться на 7 в інтервалі від 1 до 103 дорівнює

а) 5

б) 10

в) 14

г) 7

39. З урни, в якій чотири білих і три чорних кульки виймають одну. Яка ймовірність того, що вона буде чорною

а) $\frac{1}{7}$

б) $\frac{3}{7}$

в) $\frac{1}{3}$

г) $\frac{4}{7}$

40. Вся сукупність об'єктів (спостережень), що підлягає вивченню, називається

а) генеральною сукупністю;

б) вибірковою сукупністю;

в) варіаційним рядом

г) ранжированим рядом

II частина

Дайте повну відповідь на теоретичне питання.

Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними

Розв'яжіть з повним поясненням.

1. Знайти границю послідовності $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 4n - 8}{2n^2 + 2n + 10}$.

2. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$

Зразок відповіді на питання білета

1	А	9	Б	17	Б	25	Б	33	Г
2	Г	10	Г	18	В	26	А	34	Б
3	А	11	Б	19	В	27	А	35	А
4	В	12	В	20	Г	28	Г	36	В
5	Б	13	А	21	А	29	А	37	Б
6	А	14	В	22	В	30	А	38	В
7	В	15	А	23	В	31	А	39	Б
8	А	16	Г	24	Б	32	А	40	А

Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними

Рівняння виду

$$y' = f(x)\varphi(y) \quad (1)$$

де $f(x)$ і $\varphi(y)$ - задані і неперервні на деякому інтервалі функції, називається **диференціальним рівнянням з відокремлюваними змінними**.

Права частина рівняння (1) представляє собою добуток двох множників, кожен з яких є функцією лише однієї змінної. Щоб розв'язати рівняння (1), треба відокремити змінні. Для цього замінимо

y' на $\frac{dy}{dx}$, поділимо обидві частини рівняння (1) на $\varphi(y)$ (вважаємо, що $\varphi(y) \neq 0$) і домножимо на dx , тоді рівняння (1) запишеться у вигляді

$$\frac{dy}{\varphi(y)} = f(x)dx \quad (2)$$

Диференціальне рівняння виду (2), в якому множник при dx є функцією, яка залежить лише від x , а множник при dy є функцією, яка залежить лише від y , називається **диференціальним рівнянням з відокремленими змінними**.

Оскільки (2) містить тотожно рівні диференціали, то відповідні невизначені інтеграли відрізняються між собою на сталу величину, тобто

$$\int \frac{dy}{\varphi(y)} = \int f(x)dx + C.$$

Диференціальне рівняння (2) є окремим випадком рівняння виду

$$f_1(x)\varphi_1(y)dx + f_2(x)\varphi_2(y)dy = 0 \quad (3)$$

Для відокремлення змінних у цьому рівнянні достатньо обидві його частини поділити на функцію $\varphi_1(y)f_2(x)$. Треба зауважити, що при діленні обох частин рівняння (1) на $\varphi(y)$ можна загубити деякі розв'язки. Дійсно, якщо $\varphi(y_0) = 0$, то стала $y = y_0$ є розв'язком рівняння (1), оскільки перетворює це рівняння в тотожність. Цей розв'язок може бути як частинним, так і особливим.

1. Знайти границю послідовності $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 4n - 8}{2n^2 + 2n + 10}.$

Маємо невизначеність виду $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$. Розкрити цю невизначеність можна,

якщо винести в чисельнику і знаменнику найбільшу степінь n :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(3 + \frac{4}{n} - \frac{8}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 + \frac{2}{n} + \frac{10}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{4}{n} - \frac{8}{n^2}}{2 + \frac{2}{n} + \frac{10}{n^2}} = \frac{3}{2}.$$

2. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$

Складемо характеристичне рівняння та знайдемо його корені:

$$k^2 - 2k - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad k_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2}; \quad k_1 = 3; \quad k_2 = -1$$

Корені дійсні, різні, отже, загальний розв'язок відповідного однорідного рівняння має вид: $y_0 = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x}$

Частинний розв'язок вихідного рівняння будемо шукати у вигляді:

$$\bar{y} = Ae^{4x} \quad \Rightarrow \quad \bar{y}' = 4Ae^{4x} \quad \Rightarrow \quad \bar{y}'' = 16Ae^{4x}$$

Підставляючи $\bar{y}$, $\bar{y}'$, $\bar{y}''$ в задане рівняння, одержимо

$$16Ae^{4x} - 8Ae^{4x} - 3Ae^{4x} = e^{4x}$$

$$5A = 1 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{1}{5}$$

Відповідь: $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{5} e^{4x}$